

<https://doi.org/10.30857/2786-5371.2026.4.2>

Received: 03.08.2026
Revised: 21.08.2026
Accepted: 30.09.2026
Published: 05.10.2026

Володимир ХОМЕНКО, Богдан САВЧЕНКО, Надія СОВА,
Олександр СЛЄПЦОВ, Оксана БУТЕНКО
Київський національний університет технологій та дизайну, Україна

УДК 537.226.2:678.
746.22:621.396.67

ЕФЕКТИВНА ДІЕЛЕКТРИЧНА ПРОНИКНІСТЬ 3D-ДРУКОВАНИХ СТРУКТУР З УДАРОМІЦНОГО ПОЛІСТИРОЛУ У МІКРОХВИЛЬОВОМУ ДІАПАЗОНІ

Мета. Встановити залежність ефективної діелектричної проникності 3D-друкованих структур з удароміцного полістиролу (HIPS) із гіроїдним заповненням від фактичної об'ємної частки полімерної фази у діапазоні частот 4–20 ГГц та оцінити придатність класичних моделей ефективного середовища для аналітичного опису цієї залежності.

Методика. Вимірювання виконано методом вільного простору на настільному стенді Compass Technology Group у діапазоні частот 4–20 ГГц. Досліджено 3D-друковані зразки з HIPS товщиною 10 мм із номінальним гіроїдним заповненням від 10 до 100%, а також контрольний зразок поліетилену високої густини PE-300 товщиною 10 мм. Ефективну діелектричну проникність визначено за вимірними S-параметрами програмним забезпеченням Compass Technology Group. Для перевірки чисельної узгодженості алгоритмів відновлення ті самі S-параметри додатково опрацьовано за методом Ніколсона–Росса–Вейра. Одержані залежності апроксимовано лінійною моделлю змішування та моделями Максвелла–Гарнетта, Лойенги і симетричною моделлю Бруггемана відносно фактичної об'ємної частки полімеру, визначеної за масою та зовнішнім об'ємом зразків. Залежність від номінального ступеня заповнення розглянуто як інженерну кореляцію з параметром слайсера. Внутрішню архітектуру зразків інтерпретовано за допомогою ідеалізованої нормованої моделі листового гіроїда, побудованої на тричі періодичній мінімальній поверхні.

Результати. Для контрольного зразка PE-300 із поліетилену товщиною 10 мм отримано середнє значення $\epsilon' = 2,3996$ у діапазоні частот 4–20 ГГц. Різниця між результатом програмного забезпечення Compass Technology Group і NRW-відновленням із тих самих S-параметрів становила приблизно 0,02%, що свідчить про чисельну узгодженість застосованих алгоритмів обробки. Для гіроїдних зразків встановлено монотонне зростання ϵ' від 1,1224 до 2,4855 зі збільшенням номінального заповнення від 10 до 100%. Апроксимація за фактичною об'ємною часткою полімеру виявилася істотно точнішою, ніж за номінальним заповненням. За окремої оптимізації ϵ_r для кожної моделі найменший RMSE забезпечила модель Максвелла–Гарнетта (0,0077); при фіксованому $\epsilon_r = 2,4855$ ранжування змінилося на користь моделей Лойенги та Бруггемана.

Наукова новизна. Для 3D-друкованих структур з удароміцного полістиролу із гіроїдним заповненням одержано експериментальну залежність ефективної дійсної частини діелектричної проникності від фактичної об'ємної частки полімеру у широкому діапазоні частот (4–20 ГГц). Установлено, що ранжування моделей ефективного середовища залежить від способу визначення об'ємної частки полімерної фази та від способу задання ϵ_r : за вільної оптимізації ϵ_r найменший RMSE отримано для моделі Максвелла–Гарнетта, тоді як при незалежному фіксуванні ϵ_r для моделей Лойенги та Бруггемана.

Практична значимість. Одержана залежність може бути використана для попереднього вибору параметрів внутрішньої архітектури під час проєктування легких полімерних НВЧ-компонентів із регульованою ефективною проникністю. Зокрема, одержані залежності можуть бути використані при розробці метаматеріалів для радіочастотного поглинання, градієнтних лінз, узгоджувальних шарів та радіопрозорих конструкцій.

Ключові слова: гіроїдне заповнення; 3D-друк; удароміцний полістирол; ефективна діелектрична проникність; метод вільного простору; S-параметри; моделі ефективного середовища.

Вступ. Адитивне виготовлення полімерних матеріалів з контрольованою внутрішньою архітектурою відкриває можливість створення конструкційних діелектриків із наперед заданими електромагнітними характеристиками [1]. На відміну від традиційного підходу, за якого значення діелектричної проникності регулюють введенням функціональних наповнювачів або модифікацією полімерної матриці [1], у 3D-друкованих структурах

керування електромагнітними властивостями може здійснюватися шляхом зміни геометрії та частки полімерної фази [3, 4]. Такий підхід є привабливим для розроблення радіопрозорих панелей, діелектричних лінз, узгоджувальних шарів, елементів антенних систем та легких НВЧ-компонентів [1, 5].

Гіроїдна топологія, що належить до класу тричі періодичних мінімальних поверхонь (TPMS), є однією з найпоширеніших архітектур заповнення у технологіях пошарового наплавлення полімерної філаменти [2]. Вона поєднує безперервність твердої фази, кубічну симетрію ідеальної геометрії та можливість плавного регулювання пористості. Для НВЧ-діапазону структуроване середовище може розглядатися як ефективний однорідний діелектрик лише за умови, що характерний розмір елементарної комірки є суттєво меншим за довжину хвилі у матеріалі. Якщо ця вимога не виконується, у структурі проявляються просторова дисперсія, анізотропія та резонансні явища, унаслідок чого опис середовища однією скалярною величиною втрачає фізичний зміст [6]. Експериментальні оцінки верхньої частотної межі для 3D-друкованих гіроїдних структурованих діелектриків наведено, зокрема, у [5]. Водночас пошарове наплавлення неминуче створює дискретність шарів і міжшарові межі, тому електромагнітна ізотропія надрукованої структури не є апіорною і в цій роботі не перевірялася.

Вплив типу та ступеня заповнення на ефективну діелектричну проникність 3D-друкованих полімерних структур досліджували J. Persad і S. Roake [3]. Автори зіставили експериментальні результати для кількох типів заповнення, зокрема гіроїдного, з моделями ефективного середовища у діапазоні 1–10 ГГц. У роботі [4] для хвилевідних вимірювань встановлено близьку до лінійної залежність ефективної проникності від ступеня заповнення та показано вплив суцільних поверхневих шарів на цю залежність.

Для ширококутового безконтактного визначення діелектричних параметрів листових зразків і виробів адитивного виготовлення застосовують метод вільного простору у поєднанні з алгоритмами відновлення комплексної проникності за вимірними S-параметрами. Найпоширенішим серед них залишається метод Ніколсона–Росса–Вейра (NRW) [7]. Для 3D-друкованих періодичних діелектричних структур розроблено також спеціалізовані методики ширококутового визначення ефективної проникності, які поєднують вимірювання з електромагнітним моделюванням [10]. У літературі підкреслюється, що точність вільнопросторових вимірювань обмежують багаторазові відбиття та дифракція на краях зразка, а для матеріалів з малими втратами визначення уявної частини проникності є суттєво менш точним, ніж дійсної [7, 8].

Для тлумачення діелектричних властивостей двофазних систем «полімер–повітря» використовують класичні моделі ефективного середовища – Максвелла–Гарнетта, симетричну модель Бруггемана, модель Лойенги та їх узагальнення [6]. Жодна з них не описує гіроїдну топологію строго. Класична модель Максвелла–Гарнетта передбачає дисперсні сферичні вclusions в суцільній матриці, тоді як полімерна фаза гіроїда є просторово зв'язною навіть за малого ступеня заповнення; симетрична модель Бруггемана також має обмеження щодо форми та орієнтації включень і застосовна лише в довгохвильовому наближенні. Тому в цій роботі всі чотири моделі використано як референтні апроксимації, а критерієм їх зіставлення є емпіричне узгодження з експериментальними даними. У роботі перевіряють припущення, що в діапазоні частот 4–20 ГГц дійсна частина ефективної проникності гіроїдних структур з HIPS монотонно зростає з об'ємною часткою полімерної фази, а одержана залежність придатна для інженерних оцінок на етапі попереднього проектування.

Постановка завдання. Метою роботи є встановлення залежності ефективної дійсної частини діелектричної проникності 3D-друкованих структур з удароміцного полістиролу (HIPS) із гіроїдним заповненням від об'ємної частки полімерної фази у діапазоні 4–20 ГГц. Досягнення мети передбачало розв'язання таких завдань: одержання частотних залежностей ϵ' для серії зразків із номінальним заповненням від 10 до 100 %, визначення фактичної об'ємної

частки полімеру для кожного зразка та зіставлення точності опису одержаної залежності моделями ефективного середовища.

Матеріали та методика. У роботі були досліджені 3D-друковані зразки з удароміцного полістиролу (HIPS) з гіроїдним типом внутрішнього заповнення (позначення HIP) товщиною 10 мм і номінальним ступенем заповнення $\varphi_{\text{ном}}$ від 10 до 100% з кроком 10%. Зразки виготовлено методом пошарового наплавлення (FFF). Параметри матеріалу, режиму друку наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Параметри виготовлення зразків

Параметр	Значення
Полімер: марка та виробник полімерної нитки (філаменту)	HIPS, MonoFilament (удароміцний полістирол)
Густина щільного HIPS ρ_p , г/см ³	1,04
Модель 3D-принтера	Bambu Lab P1S
Діаметр сопла, мм	0,8
Температура сопла / платформи, °C	255/90
Висота шару / ширина екструзійної лінії, мм	0,4/0,8
Швидкість друку, мм/с	100
Програмне забезпечення підготовки моделі та версія	Cura 5.8.1
Тип заповнення	гіроїд
Відстань між лініями заповнення d (параметр слайсера) та просторовий період гіроїда $a = 2,41d$, мм	$\varphi_{\text{ном}} = 10\%: d = 8,00; a = 19,28$ $\varphi_{\text{ном}} = 20\%: d = 4,00; a = 9,64$ $\varphi_{\text{ном}} = 30\%: d = 2,67; a = 6,43$ $\varphi_{\text{ном}} = 40\%: d = 2,00; a = 4,82$ $\varphi_{\text{ном}} = 50\%: d = 1,60; a = 3,86$ $\varphi_{\text{ном}} = 60\%: d = 1,33; a = 3,21$ $\varphi_{\text{ном}} = 70\%: d = 1,14; a = 2,75$ $\varphi_{\text{ном}} = 80\%: d = 1,00; a = 2,41$ $\varphi_{\text{ном}} = 90\%: d = 0,89; a = 2,14$ $\varphi_{\text{ном}} = 100\%: d = 0,80; a = 1,93$
Номінальний ступінь заповнення $\varphi_{\text{ном}}$, %	10–100 (крок 10)
Обдуб виробу, %	10

Математичне представлення та візуалізація гіроїдного заповнення. Для геометричної інтерпретації внутрішньої архітектури зразків використано тригонометричне наближення тричі періодичної мінімальної поверхні типу Gyroid [2]. У нормованих координатах її нульовий рівень задається функцією:

$$G(X, Y, Z) = \cos X \cdot \sin Y + \cos Y \cdot \sin Z + \cos Z \cdot \sin X = 0, \quad (1)$$

де $X = 2\pi x/a$;

$Y = 2\pi y/a$;

$Z = 2\pi z/a$;

a – просторовий період моделі.

Для формування листової (sheet) модельної геометрії полімерну фазу задавали як симетричну область навколо нульового рівня:

$$\Omega_s(\tau) = \{(x, y, z) \in \Omega : |G(X, Y, Z)| \leq \tau\}, \quad (2)$$

де τ – безрозмірний параметр товщини модельної стінки.

Модельну об'ємну частку полімеру φ_m визначали чисельним інтегруванням індикаторної функції у розрахунковій області Ω :

$$\varphi_m(\tau) = (1/V_\Omega) \int_\Omega H[\tau - |G(X, Y, Z)|] dV, \quad (3)$$

де H – функція Гевісайда;

V_Ω – об'єм області Ω .

Інтегрування виконано в одній періодичній комірці на рівномірній сітці 128^3 вузлів. Функція $\varphi_m(\tau)$ монотонно зростає від 0 за $\tau = 0$ до 1 за $\tau = \max|G| = 1,50$ і в діапазоні $\varphi_m = 0,1$ – $0,7$ близька до лінійної: $\tau \approx 1,53\varphi_m$ з відхиленням, що не перевищує 2 %. Значенням $\varphi_m = 0,10$; $0,20$; $0,50$ і $0,90$ відповідають $\tau \approx 0,156$; $0,310$; $0,766$ і $1,330$.

Рівняння (1)–(3) використано виключно як ідеалізоване нормоване представлення топології листового гіроїда. Воно не відтворює алгоритм побудови екструзійних траєкторій, реалізований у слайсері: у CuraEngine гіроїдне заповнення на кожному рівні z формується як набір відкритих двовимірних ліній, а не як об'ємна область $|G| \leq \tau$ [9]. Модель також не враховує локальну ширину надрукованих ліній та їх перекриття, периметри й суцільні поверхневі шари. Тому параметр τ підбирали виключно за умовою рівності модельної об'ємної частки φ_m заданому значенню, не виводячи його з параметрів друку, а наведені далі візуалізації використовуються лише для якісної геометричної інтерпретації структури. Просторовий період гіроїда a , який входить у рівняння (1), не збігається зі встановленою у слайсері відстанню між лініями заповнення d : у CuraEngine він обчислюється як $a = 2,41d$, а сусідні криві в межах одного шару розташовані з кроком $a/2$. Відповідні значення d та a для дослідженої серії наведено у таблиці 1.

На рис. 1 зіставлено 3D-модель фрагмента зразка з номінальним заповненням 10% із фотографіями виготовлених пластин. Оскільки модель відтворює лише топологічний принцип листового гіроїда, а не геометрію конкретної траєкторії друку, зіставлення зовнішнього вигляду моделі та зразків має якісний характер.

Фактичну об'ємну частку полімеру визначили за відомими масою m , зовнішнім об'ємом V та густиною щільного полімеру ρ_p за співвідношенням $\varphi_{\text{actual}} = m / (\rho_p V)$. Значення $\rho_p = 1,04$ г/см³ прийнято для удароміцного полістиролу. Відповідні дані для кожного зразка наведено у таблиці 2.

Розрахунковою областю моделі є пластина $L_x = L_y \approx 215$ мм з товщиною $h = 10$ мм; відповідно об'єм пластини становить 461,6 см³. Відношення товщини пластини до просторового періоду гіроїда h/a змінюється від 0,52 за $\varphi_{\text{nom}} = 10\%$ до 5,2 за $\varphi_{\text{nom}} = 100\%$, тобто за малого заповнення пластина за товщиною не вміщує навіть однієї елементарної комірки, і уявлення про неї як про однорідний шар є суттєво наближеним. Фактична об'ємна частка полімеру систематично перевищує номінальну: різниця $\varphi_{\text{actual}} - \varphi_{\text{nom}}/100$ для зразків із заповненням 10–90% становить від 0,015 до 0,054 (у середньому 0,025), що зумовлено суцільними периметрами та поверхневими шарами, які модель (1)–(3) не враховує. Саме тому апроксимацію моделями ефективного середовища виконано далі за φ_{actual} , а не за номінальним ступенем заповнення.

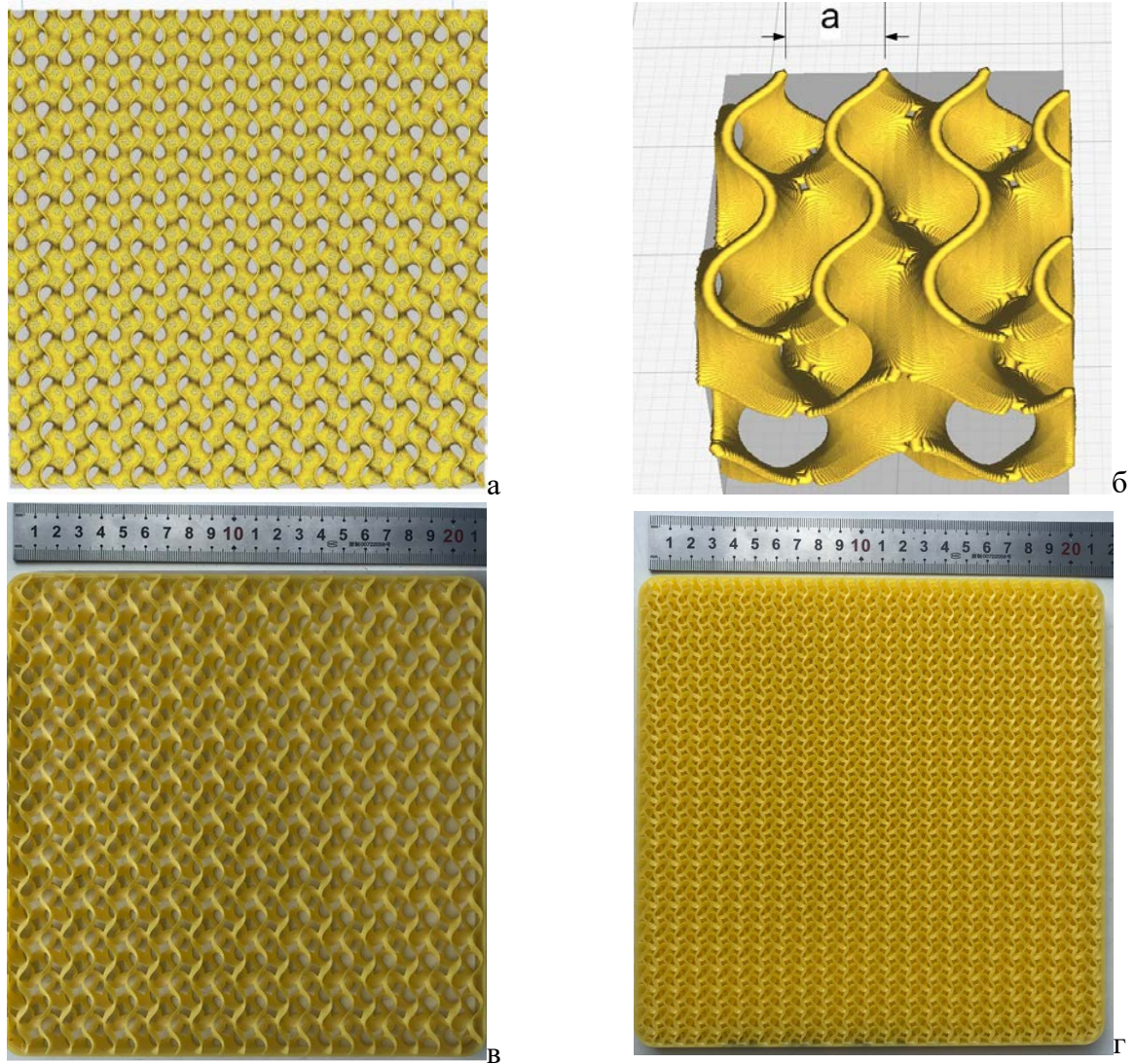


Рис. 1. 3D-модель фрагмента зразка з номінальним заповненням 10% (а); збільшений фрагмент моделі з позначенням періоду елементарної комірки a (б); фотографії досліджуваних зразків з номінальним заповненням 10% (в) та 20% (г)

Таблиця 2

Геометричні та масові характеристики зразків

Зразок	Маса m , г	Об'єм V , cm^3	$\varphi_{\text{actual}} = m/(\rho_p V)$
HIP-10-G	55	461,6	0,115
HIP-20-G	104		0,217
HIP-30-G	153		0,319
HIP-40-G	200		0,417
HIP-50-G	248		0,517
HIP-60-G	314		0,654
HIP-70-G	350		0,729
HIP-80-G	393		0,819
HIP-90-G	451		0,940
HIP-100-G	472		0,983

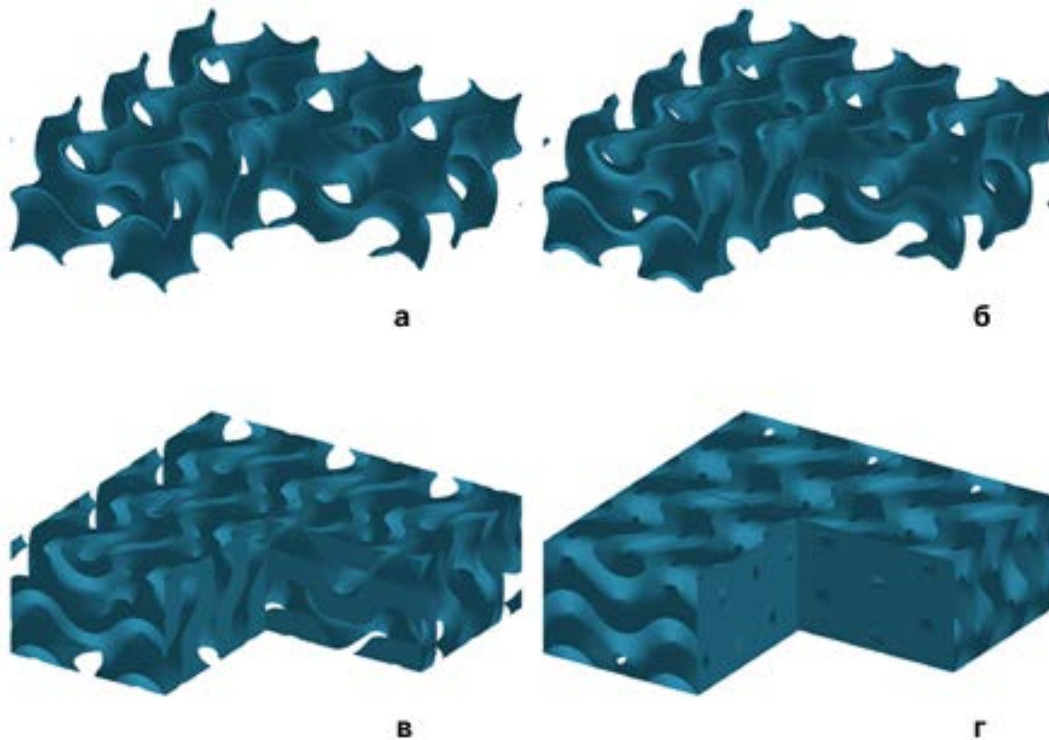


Рис. 2. Об'ємні візуалізації ідеалізованої моделі листового гіроїда у нормованих координатах (фрагмент $3a \times 3a \times a$ з вирізаною чвертю): модельна об'ємна частка полімеру $\phi_m = 0,10$ (а, зверху ліворуч); $0,30$ (б, зверху праворуч); $0,60$ (в, знизу ліворуч); $0,90$ (г, знизу праворуч)

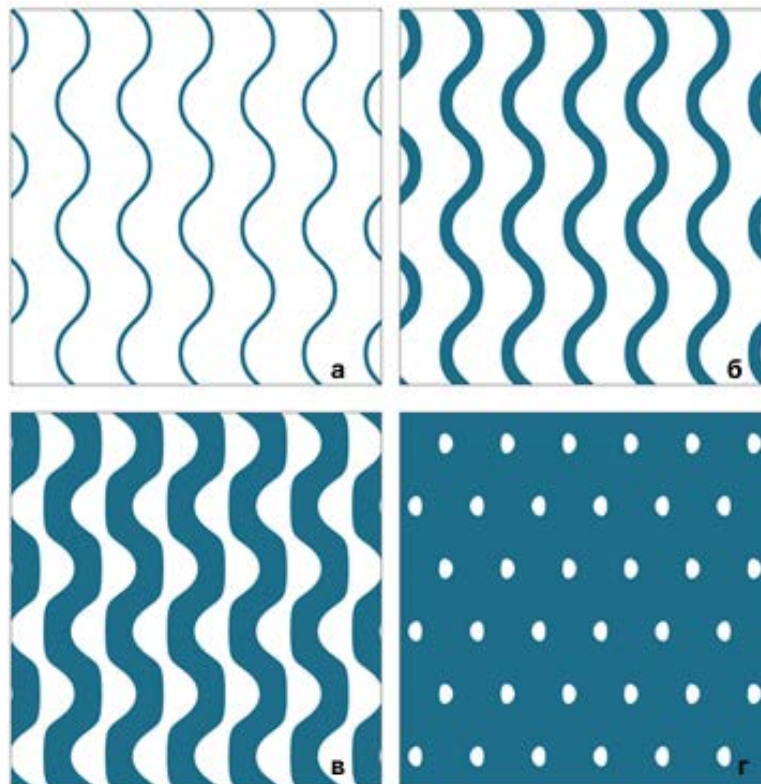


Рис. 3. Перерізи ідеалізованої моделі гіроїдного заповнення площиною $z = 0$ у нормованих координатах (фрагмент $3a \times 3a$): $\phi_m = 0,10$ (а, зверху ліворуч); $0,30$ (б, зверху праворуч); $0,60$ (в, знизу ліворуч); $0,90$ (г, знизу праворуч). Синім позначено полімерну фазу, білим – повітряну

На рис. 2 і 3 наведено візуалізації моделі (2) для $\varphi_m = 0,10; 0,30; 0,60$ і $0,90$ у нормованих координатах; показано фрагмент $3a \times 3a \times a$, де a – просторовий період моделі. Геометрія залежить лише від τ , тому панелі відрізняються тільки товщиною полімерної стінки у частках періоду, а фізичний масштаб для кожного зразка задається значенням a з таблиці 1. Зі збільшенням φ_m полімерна фаза послідовно ущільнюється: за $\varphi_m = 0,10$ полімер утворює розріджену безперервну поверхню у переважно повітряному об'ємі, за $\varphi_m = 0,60$ обидві фази ще залишаються зв'язними, а за $\varphi_m = 0,90$ полімерна фаза домінує і зв'язність повітряних каналів різко зменшується. Зразок HIP-100-G, для якого $\varphi_{\text{actual}} = 0,983$, є по суті щільною 3D-друкованою пластиною з HIPS, а не двофазною гіроїдною структурою, тому далі його розглядають як щільний контрольний зразок.

Зіставлення просторового періоду структури з довжиною хвилі у матеріалі показує, що умова гомогенізації виконується лише частково. Обчислене за $a = 2,41d$ відношення a/λ на нижній межі дослідженого діапазону (4 ГГц) становить 0,27 для HIP-10-G, 0,14 – для HIP-20-G, 0,10 – для HIP-30-G і не перевищує 0,08 для зразків із заповненням 40 % і більше; на верхній межі (20 ГГц) воно зростає відповідно до 1,36; 0,72; 0,50 та 0,20–0,39. Отже, зі збільшенням частоти просторовий період структури стає сумірним із довжиною хвилі, особливо для зразків із малим ступенем заповнення. У таких умовах можуть проявлятися просторова дисперсія, дифракційні та резонансні ефекти [10]. Емпіричні межі, отримані для інших матеріалів [5], не можуть бути безпосередньо перенесені на досліджені плоскопаралельні HIPS-зразки. Тому відновлене значення ϵ' розглядається як еквівалентний параметр однорідного шару, а не як властивість строго гомогенізованого середовища. Усереднення ϵ' у смузі 4–20 ГГц об'єднує частоти з різним ступенем виконання умови гомогенізації і є інженерним спрощенням.

Вимірювання виконували методом вільного простору на настільному стенді Compass Technology Group (рис. 4). Стенд забезпечує безконтактне широкосмугове визначення коефіцієнтів відбиття S_{11} та проходження S_{21} плоского зразка з подальшим розрахунком комплексної діелектричної проникності $\epsilon_r(f) = \epsilon'(f) - j\epsilon''(f)$ програмним забезпеченням Compass. Аналіз виконували у діапазоні частот 4–20 ГГц. Для кожного зразка обчислювали середнє значення ϵ' у зазначеному діапазоні, стандартне відхилення ϵ' за частотними точками та коефіцієнт варіації CV як відношення цього відхилення до середнього значення.

Референсування вимірювального тракту включало компенсацію повітряного еталона для S_{21} та корекцію фазового нуля опорної площини для S_{11} ; чисельну узгодженість відновлення перевіряли за контрольним зразком PE-300 та NRW-розрахунком. У дослідженій серії кожному значенню φ_{nom} відповідав три виготовлені зразки. Міжзразкову відтворюваність і повний бюджет вимірювальної невизначеності не оцінювали так як стандартне відхилення ϵ' за частотними точками характеризує частотну варіацію, а не експериментальну похибку.

Результати дослідження. Внутрішню узгодженість вимірювання та обробки перевіряли за контрольним зразком PE-300, що виготовлений з поліетилену високої густини товщиною 10 мм. Встановлено, що у діапазоні 4–20 ГГц середнє значення дійсної частини проникності зразка PE-300 становило $\epsilon' = 2,3996$ при стандартному відхиленні за частотними точками 0,0137. Інтервал між мінімальним і максимальним значеннями у діапазоні становив 0,0813 (таблиця 3). Одержане значення перебуває в діапазоні величин, характерних для поліетилену високої густини за даними мікрохвильових вимірювань [8]. Первинні S-параметри S_{11} та S_{21} незалежно опрацьовано за алгоритмом Ніколсона–Росса–Вейра [7] із урахуванням компенсації повітряного еталона для S_{21} та корекції фазового нуля опорної площини для S_{11} . У результаті отримано значення $\epsilon' = 2,3991$, що відповідає відносній різниці приблизно 0,02%. Частково незалежним контролем є положення інтерференційних мінімумів S_{11} . На кривій (рис. 5) зафіксовано два мінімуми на частотах 9,58 та 19,26 ГГц, співвідношення яких близьке до двох, що відповідає півхвильовим резонансам плоскопаралельної пластини товщиною 10 мм з $\epsilon' \approx 2,42$ –2,45.

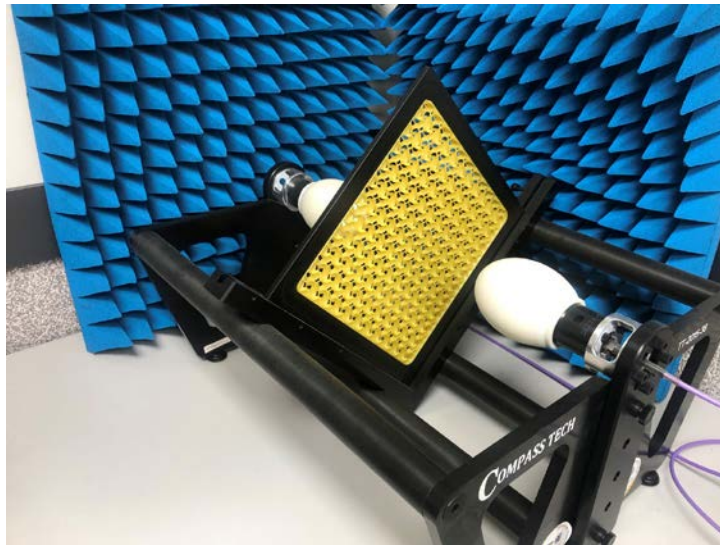


Рис. 4. Настільний вимірювальний стенд компанії Compass Technology Group (США)

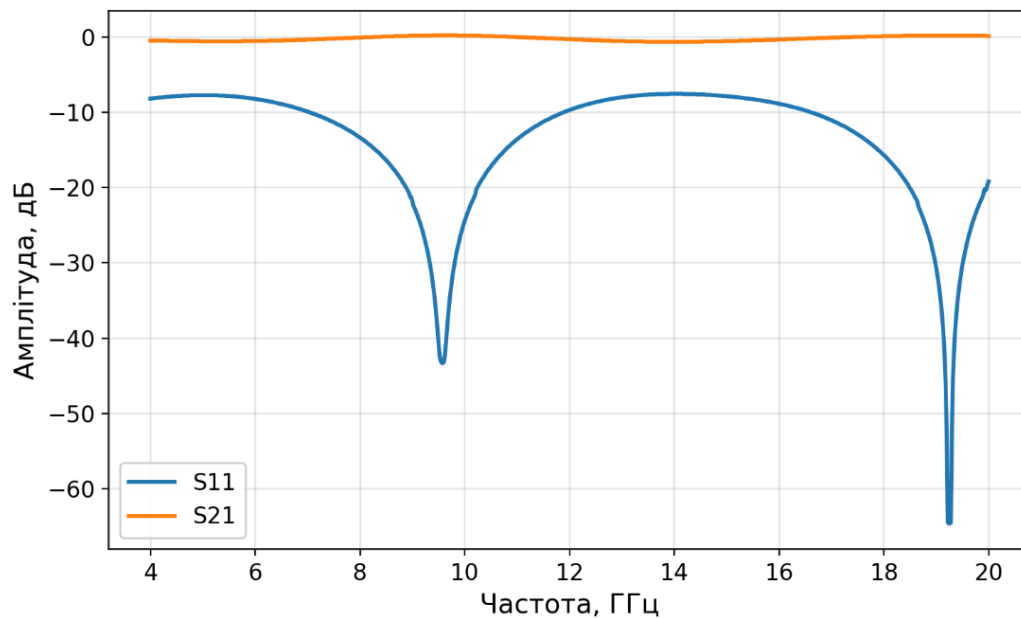


Рис. 5. Параметри S11 та S21 для контрольного зразка PE-300, що виготовлений з поліетилену високої густини товщиною 10 мм

Таблиця 3

Узагальнені характеристики зразка PE-300 у діапазоні 4–20 ГГц

Зразок	Товщина, мм	ϵ' середнє	Стандартне відхилення ϵ' у діапазоні	$\epsilon'_{\min}$	$\epsilon'_{\max}$
PE-300	10	2,3996	0,0137	2,3365	2,4178

Аналогічну послідовність обробки застосовано до зразків, виготовлених 3D-друком. Частотні залежності ϵ' для контрольного зразка PE-300 та вибраних НІР-зразків наведено на рис. 6, а характеристики всієї серії зразків у таблиці 4.

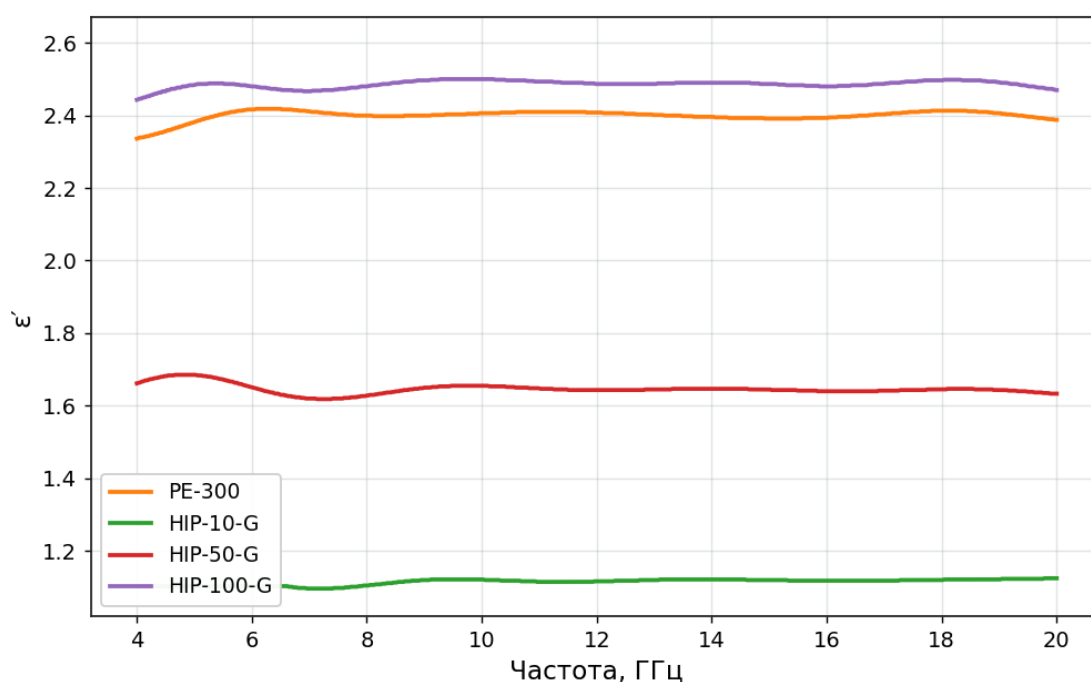


Рис. 6. Частотні залежності ϵ' для контрольного зразка PE-300 та вибраних HIP-зразків у діапазоні частот 4–20 ГГц

Таблиця 4

Характеристики зразків у частотному діапазоні 4–20 ГГц

Зразок	$\phi_{\text{ном}}, \%$	ϕ_{actual}	ϵ' середнє	Стандартне відхилення ϵ' у діапазоні	Коефіцієнт варіації CV, %
HIP-10-G	10	0,115	1,1224	0,019	1,70
HIP-20-G	20	0,217	1,2402	0,019	1,50
HIP-30-G	30	0,319	1,3714	0,017	1,23
HIP-40-G	40	0,417	1,5017	0,016	1,08
HIP-50-G	50	0,517	1,6456	0,014	0,84
HIP-60-G	60	0,654	1,8612	0,011	0,59
HIP-70-G	70	0,729	1,9880	0,010	0,51
HIP-80-G	80	0,819	2,1409	0,0096	0,45
HIP-90-G	90	0,940	2,3891	0,0118	0,49
HIP-100-G	100	0,983	2,4855	0,0100	0,40

Для всіх зразків стандартне відхилення ϵ' у діапазоні 4–20 ГГц не перевищує 0,019, що вказує на незначну варіацію у дослідженому діапазоні. Коефіцієнт варіації зменшується від 1,70% для зразка HIP-10-G до 0,40% для HIP-100-G, оскільки за низького ступеня заповнення однакові за модулем частотні коливання становлять більшу відносну частку середнього значення. Наведені SD та CV характеризують частотну варіацію ϵ' і не використовуються як оцінки повторюваності вимірювання або експериментальної невизначеності.

Для досліджених зразків спостерігається монотонне зростання ефективної проникності від $\epsilon' = 1,1224$ за номінального заповнення 10% до $\epsilon' = 2,4855$ за 100%. Відношення максимального та мінімального значень становить 2,21, тобто зміна лише параметрів

внутрішньої архітектури без зміни хімічного складу матеріалу забезпечує регулювання ефективної проникності приблизно у 2,2 раза.

Для кількісного опису залежності ε' від об'ємної частки полімерної фази експериментальні дані апроксимували чотирма моделями ефективного середовища [6], у яких другою фазою вважали повітря з $\varepsilon_{\text{air}} = 1$, а шуканим параметром – діелектричну проникність щільного полімеру ε_p : лінійною моделлю змішування (4); моделлю Максвелла–Гарнетта (5), у якій матрицею прийнято повітря, а полімер розглянуто як фазу сферичних включень; моделлю Лойенги (6) та симетричною моделлю Бруггемана (7):

$$\varepsilon_{\text{eff}} = 1 + \varphi(\varepsilon_p - 1); \quad (4)$$

$$(\varepsilon_{\text{eff}} - 1)/(\varepsilon_{\text{eff}} + 2) = \varphi \cdot (\varepsilon_p - 1)/(\varepsilon_p + 2); \quad (5)$$

$$\varepsilon_{\text{eff}}^{1/3} = \varphi \cdot \varepsilon_p^{1/3} + (1 - \varphi); \quad (6)$$

$$\varphi \cdot (\varepsilon_p - \varepsilon_{\text{eff}})/(\varepsilon_p + 2\varepsilon_{\text{eff}}) + (1 - \varphi) \cdot (1 - \varepsilon_{\text{eff}})/(1 + 2\varepsilon_{\text{eff}}) = 0. \quad (7)$$

У моделях ефективного середовища об'ємну частку полімерної фази φ задавали за фактичною об'ємною часткою φ_{actual} (таблиця 2). Для порівняння ті самі апроксимації виконано і за номінальним ступенем заповнення, $\varphi = \varphi_{\text{nom}}/100$, – як інженерну кореляцію з параметром слайсера. Дійсну частину відносної діелектричної проникності полімерної фази ε'_p визначали як параметр апроксимації незваженим методом найменших квадратів шляхом мінімізації суми квадратів відхилень між експериментальними та розрахунковими значеннями $\varepsilon'_{\text{eff}}$. Точність апроксимації характеризували коефіцієнтом детермінації R^2 та середньоквадратичним відхиленням RMSE. Результати наведено у таблиці 5, а експериментальні залежності з модельними кривими на рис. 7.

Таблиця 5

Параметри апроксимації залежності $\varepsilon'(\varphi)$ моделями ефективного середовища за фактичною об'ємною часткою та за номінальним ступенем заповнення

Модель	ε'_p за результатами апроксимації	R^2	RMSE	Δ до ε' (100%), %
Апроксимація за фактичною об'ємною часткою φ_{actual} (таблиця 2)				
Лінійне змішування	2,3988	0,97770	0,0674	–3,5
Максвелла–Гарнетта	2,5308	0,99971	0,0077	+1,8
Лойенги	2,4930	0,99910	0,0135	+0,3
Бруггемана	2,4869	0,99894	0,0147	+0,1
Апроксимація за номінальним ступенем заповнення φ_{nom}				
Лінійне змішування	2,4421	0,98588	0,0536	–1,7
Максвелла–Гарнетта	2,5807	0,99035	0,0443	+3,8
Лойенги	2,5421	0,99591	0,0289	+2,3
Бруггемана	2,5361	0,99618	0,0279	+2,0

Використання фактичної об'ємної частки полімеру істотно покращило точність моделей ефективного середовища. У базовій апроксимації, де ε'_p визначали окремо для кожної моделі, найменший RMSE забезпечила модель Максвелла–Гарнетта (0,0077), тоді як за номінальним ступенем заповнення – модель Бруггемана (0,0279). Додаткова перевірка при фіксованому $\varepsilon'_p = 2,4855$, визначеному за щільним HIP-100-G, дала RMSE 0,0258 для моделі

Максвелла–Гарнетта, 0,0142 для Лойенги та 0,0147 для Бруггемана; після виключення НР-100-G – відповідно 0,0242, 0,0101 і 0,0114. Отже, перевага конкретної моделі не є стійкою до способу визначення ϵ'_r , тоді як висновок про доцільність використання фактичної об'ємної частки полімеру залишається незмінним.

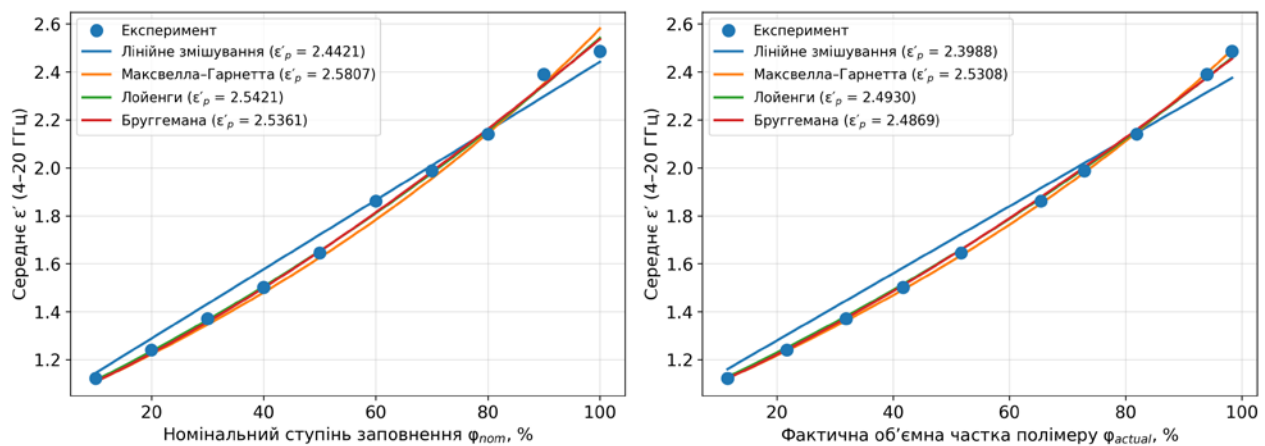


Рис. 7. Залежність середнього ϵ' у діапазоні частот 4–20 ГГц від номінального ступеня заповнення (ліворуч) та від фактичної об'ємної частки полімеру (праворуч) з апроксимацією експериментальних даних моделями ефективного середовища

Оцінені за фактичною об'ємною часткою значення ϵ'_r лежать у межах 2,487–2,531 залежно від моделі. Для моделей Бруггемана і Лойенги вони практично збігаються з вимірним значенням для щільного зразка НР-100-G ($\epsilon' = 2,4855$): відхилення становить +0,1% і +0,3% відповідно, тоді як для моделі Максвелла–Гарнетта воно дорівнює +1,8%. Імовірними причинами залишкової розбіжності є обмежена застосовність квазістатичних моделей ефективного середовища у верхній частині дослідженого діапазону, анізотропія надрукованої структури, а також систематичні складові вимірювальної невизначеності.

Висновки. Методом вільного простору досліджено дійсну частину ефективної діелектричної проникності 3D-друкованих структур з удароміцного полістиролу (HIPS) із номінальним гіроїдним заповненням від 10 до 100% у діапазоні частот 4–20 ГГц. Для контрольного зразка на основі поліетиленового листа PE-300 отримано середнє значення $\epsilon' = 2,3996$. Різниця між результатом програмного забезпечення Compass і NRW-розрахунками на основі тих самих S-параметрів становила приблизно 0,02%, що підтверджує чисельну узгодженість алгоритмів обробки. Зі збільшенням номінального ступеня заповнення від 10 до 100 % значення ϵ' монотонно зросло від 1,1224 до 2,4855. Використання фактичної об'ємної частки полімеру замість номінального ступеня заповнення істотно підвищило точність моделей ефективного середовища та змінило їх ранжування. За окремої оптимізації ϵ'_r для кожної моделі найменший RMSE забезпечила модель Максвелла–Гарнетта (0,0077), однак при фіксованому $\epsilon'_r = 2,4855$ ранжування змінилося на користь моделей Лойенги та Бруггемана. Отже, ранжування моделей залежить від процедури параметризації, а найменший RMSE слід трактувати як емпіричне узгодження з конкретним набором даних. Одержана залежність ϵ' від об'ємної частки полімеру може бути використана для попереднього вибору параметрів внутрішньої архітектури полімерних НВЧ-структур. Подальші дослідження будуть спрямовані на оцінювання анізотропії та частотної межі гомогенізації 3D-друкованих структур, виготовлених із різних полімерів.

Подяка. Дослідження виконано за підтримки Міністерства освіти і науки України в межах проєкту № РС/64-2024, що фінансується через Інструмент зовнішньої допомоги

Європейського Союзу на виконання зобов'язань України у Рамковій програмі Європейського Союзу з досліджень та інновацій «Горизонт 2020».

References

1. Ma, Q., Dong, K., Li, F., Jia, Q., Tian, J., Yu, M., & Xiong, Y. (2025). Additive manufacturing of polymer composite millimeter-wave components: Recent progress, novel applications, and challenges. *Polymer Composites*, 46(1), 14–37. DOI: <https://doi.org/10.1002/pc.28985>.
2. Hossain, M. S., Hossain, M. M., & Nilufar, S. (2025). An overview of additive manufacturing of triply periodic minimal surface (TPMS) structures. *Polymers*, 17(24), 3307. DOI: <https://doi.org/10.3390/polym17243307>.
3. Persad, J., & Rocke, S. (2024). Impact of 3D printing infill patterns on the effective permittivity of 3D printed substrates. *IEEE Journal of Microwaves*, 4(2), 277–292. DOI: <https://doi.org/10.1109/JMW.2024.3369599>.
4. Kattel, B., Hutchcraft, W. E., & Gordon, R. K. (2025). Evaluating the relationship between relative permittivity and infill density in 3D printed dielectric slabs. *IEEE Access*, (13), 16171–16181. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2025.3528877>.
5. Wang, W., Lambert, P., & Chisum, J. (2023). High-frequency limits for 3D-printed gradient-index (GRIN) lens antennas. In *2023 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Science Meeting (USNC-URSI)* (pp. 1695–1696). DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2304.14863>.
6. Qin, F., Peng, M., Estevez, D., & Brosseau, C. (2022). Electromagnetic composites: From effective medium theories to metamaterials. *Journal of Applied Physics*, 132(10), 101101. DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0099072>.
7. Ali, S. Z., Ahsan, K., Khairi, D. U., Alhalabi, W., & Anwar, M. S. (2024). Advancements in FR4 dielectric analysis: Free space approach and measurement validation. *PLOS ONE*, 19(9), e0305614. DOI: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0305614>.
8. Chao, H.-W., Chen, H.-H., & Chang, T.-H. (2021). Measuring the complex permittivities of plastics in irregular shapes. *Polymers*, 13(16), 2658. DOI: <https://doi.org/10.3390/polym13162658>.
9. UltiMaker (2024). CuraEngine (Version 5.8.1) [Computer software]. GitHub. Source file src/infill/GyroidInfill.cpp. URL: <https://github.com/Ultimaker/CuraEngine/blob/5.8.1/src/infill/GyroidInfill.cpp>.
10. Hehenberger, S. P., Caizzzone, S., Thurner, S., & Yarovoy, A. G. (2023). Broadband effective

Література

1. Ma Q., Dong K., Li F., Jia Q., Tian J., Yu M., Xiong Y. Additive manufacturing of polymer composite millimeter-wave components: Recent progress, novel applications, and challenges. *Polymer Composites*. 2025. Vol. 46, Iss. 1. P. 14–37. DOI: <https://doi.org/10.1002/pc.28985>.
2. Hossain M. S., Hossain M. M., Nilufar S. An overview of additive manufacturing of triply periodic minimal surface (TPMS) structures. *Polymers*. 2025. Vol. 17, No. 24. Art. 3307. DOI: <https://doi.org/10.3390/polym17243307>.
3. Persad J., Rocke S. Impact of 3D printing infill patterns on the effective permittivity of 3D printed substrates. *IEEE Journal of Microwaves*. 2024. Vol. 4, Iss. 2. P. 277–292. DOI: <https://doi.org/10.1109/JMW.2024.3369599>.
4. Kattel B., Hutchcraft W. E., Gordon R. K. Evaluating the relationship between relative permittivity and infill density in 3D printed dielectric slabs. *IEEE Access*. 2025. No. 13. P. 16171–16181. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2025.3528877>.
5. Wang W., Lambert P., Chisum J. High-frequency limits for 3D-printed gradient-index (GRIN) lens antennas. In *2023 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Science Meeting (USNC-URSI)*. IEEE, 2023. P. 1695–1696. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2304.14863>.
6. Qin F., Peng M., Estevez D., Brosseau C. Electromagnetic composites: From effective medium theories to metamaterials. *Journal of Applied Physics*. 2022. Vol. 132, No. 10. Art. 101101. DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0099072>.
7. Ali S. Z., Ahsan K., Khairi D. U., Alhalabi W., Anwar M. S. Advancements in FR4 dielectric analysis: Free space approach and measurement validation. *PLOS ONE*. 2024. Vol. 19, No. 9. Art. e0305614. DOI: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0305614>.
8. Chao H.-W., Chen H.-H., Chang T.-H. Measuring the complex permittivities of plastics in irregular shapes. *Polymers*. 2021. Vol. 13, No. 16. Art. 2658. DOI: <https://doi.org/10.3390/polym13162658>.
9. CuraEngine (Version 5.8.1) [Computer software]. GitHub. Source file src/infill/GyroidInfill.cpp. UltiMaker, 2024. URL: <https://github.com/Ultimaker/CuraEngine/blob/5.8.1/src/infill/GyroidInfill.cpp>.
10. Hehenberger S. P., Caizzzone S., Thurner S., Yarovoy A. G. Broadband effective permittivity

permittivity simulation and measurement techniques for 3-D-printed dielectric crystals. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 71(10), 4161–4172. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMTT.2023.3259479>.

simulation and measurement techniques for 3-D-printed dielectric crystals. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 2023. Vol. 71, No. 10. P. 4161–4172. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMTT.2023.3259479>.

KHOMENKO VOLODYMYR

Doctor of Engineering Sciences, Professor,
Department of Chemical Technologies
and Resource Saving,
Kyiv National University of Technologies
and Design, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0003-0013-8010>
Scopus Author ID: 7004402598
ResearcherID: X-2214-2018
E-mail: v.khomenko@i.ua

SAVCHENKO BOHDAN

Doctor of Technical Sciences, Professor,
Department of Chemical Technologies and Resource
Saving, Kyiv National University of Technologies
and Design, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-8636-5734>
Scopus Author ID: 56685269800
E-mail: 1079@ukr.net

SOVA NADIYA

Doctor of Technical Sciences, Professor,
Department of Chemical Technologies and Resource
Saving, Kyiv National University of Technologies
and Design, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0003-3550-6135>
Scopus Author ID: 56685569600
E-mail: djanc@ukr.net

SLIEPTSOV OLEKSANDR

PhD, Senior Lecturer, Department of Chemical
Technologies and Resource Saving, Kyiv National
University of Technologies and Design, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-0608-1855>
Scopus Author ID: 57189215952
E-mail: slyepcov.oo@knutd.edu.ua

BUTENKO OKSANA

PhD, Senior Lecturer, Department of Chemical
Technologies and Resource Saving, Kyiv National
University of Technologies and Design, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-4513-3355>
Scopus Author ID: 57207988484
ResearcherID: AAH-4024-2019
E-mail: butenko.oo@knutd.com.ua

**Volodymyr KHOMENKO, Bogdan SAVCHENKO,
Nadiya SOVA, Oleksandr SLIEPTSOV, Oksana BUTENKO**
Kyiv National University of Technologies and Design, Ukraine

**EFFECTIVE RELATIVE PERMITTIVITY OF 3D-PRINTED HIGH-IMPACT
POLYSTYRENE STRUCTURES IN THE MICROWAVE FREQUENCY RANGE**

Purpose. To establish the relationship between the effective relative permittivity of 3D-printed high-impact polystyrene (HIPS) structures with gyroid infill and the actual volume fraction of the polymer phase over the 4–20 GHz frequency range, and to assess the suitability of classical effective-medium models for the analytical description of this relationship.

Methodology. Measurements were performed using the free-space method on a Compass Technology Group benchtop system over the 4–20 GHz frequency range. The study examined 10 mm thick 3D-printed HIPS specimens with nominal gyroid infill levels ranging from 10 to 100%, together with a 10 mm thick PE-300 high-density polyethylene control specimen. The effective relative permittivity was retrieved from the measured *S*-parameters using Compass Technology Group software. To verify the numerical consistency of the retrieval procedures, the same *S*-parameters were additionally processed using the Nicolson–Ross–Weir method. The resulting relationships were fitted using the linear mixing, Maxwell–Garnett, Looyenga, and symmetric Bruggeman models as functions of the actual polymer volume fraction, determined from the specimen mass and external volume. The dependence on the nominal infill level was treated as an engineering correlation with the slicer setting. The internal architecture of the specimens was interpreted using an idealised normalised sheet-gyroid model based on a triply periodic minimal surface.

Findings. For the 10 mm thick PE-300 polyethylene control specimen, a mean value of $\epsilon' = 2.3996$ was obtained over the 4–20 GHz frequency range. The difference between the result obtained using Compass Technology Group software and the NRW retrieval from the same S-parameters was approximately 0.02%, indicating numerical consistency between the applied processing procedures. For the gyroid specimens, ϵ' increased monotonically from 1.1224 to 2.4855 as the nominal infill level increased from 10 to 100%. Fitting against the actual polymer volume fraction was substantially more accurate than fitting against the nominal infill level. When $\epsilon'p$ was optimised separately for each model, the Maxwell–Garnett model gave the lowest RMSE (0.0077); when $\epsilon'p$ was fixed at 2.4855, the ranking shifted in favour of the Looyenga and Bruggeman models.

Originality. An experimental relationship between the effective real part of the relative permittivity and the actual polymer volume fraction was established for 3D-printed high-impact polystyrene structures with gyroid infill over the broad frequency range of 4–20 GHz. The ranking of the effective-medium models was shown to depend both on how the polymer-phase fraction is defined and on how $\epsilon'p$ is specified: free optimisation favours Maxwell–Garnett, whereas independent fixing of $\epsilon'p$ favours the Looyenga and Bruggeman models.

Practical value. The obtained relationship may be used for the preliminary selection of internal-architecture parameters in the design of lightweight polymer microwave components with tunable effective permittivity. In particular, the established relationships may support the development of metamaterials for radio-frequency absorption, gradient-index lenses, impedance-matching layers, and electromagnetically transparent structures.

Keywords. gyroid infill; 3D printing; high-impact polystyrene; effective relative permittivity; free-space method; S-parameters; effective-medium models.